2002 ARITHMETIK IN DER UNTERSTUFE

Drei mal drei sind neune – wer weiß wohl, wie ich's meine ?

Warum sollen Seelenpflege–bedürftige Kinder rechnen lernen? Wollen wir sie auf den Brötcheneinkauf vorbereiten – oder geht es uns um mehr?

Praktische Bildung – darauf hat man unsere Kinder früher beschränken wollen. Natürlich ist sie ein wichtiges Feld, welches nicht vernachlässigt werden sollte, doch bemühen wir uns darüber hinaus, schulisches Lernen als Chance zur Entfaltung persönlicher menschlicher Würde zu begreifen. Ein zunächst altertümlich anmutendes Sprichwort kann vielleicht andeuten, worum es eben (auch) geht: Bildung ist das, was übrig bleibt, wenn einer alles vergessen hat, was er gelernt hat.

Wie soll nun die erste Rechenepoche beginnen? Rechnen hat erst einmal grundlegend etwas mit den Zahlen zu tun; von denjenigen unserer Kinder, die sprachlich überhaupt aktiv sind, können einige bereits zählen. Einen Zahlbegriff, wie ihn die Regelschule voraussetzt, findet man über die 2 hinaus jedoch selten. Dieses Manko kann sich allerdings in einen Vorteil verwandeln, weil so die Entwicklung der Zahlenreihe mit den Kindern gemeinsam entdeckt werden kann.

Bemühen wir uns, in der Welt reale Situationen eines Entstehungs-Beginns zu finden, stoßen wir rasch auf ein Wahrbild in der Natur, nämlich die Entwicklung von Lebewesen. Am Anfang steht das Ei – schon durch seine kugelige Form das Bild der Geschlossenheit, einer Ganzheit oder eben einer Einheit.

Entwicklung beginnt nun mit der Zellteilung: aus der Einheit wird die Zweiheit, dann setzt sich der Prozess über die bekannten Stationen zur großen Vielheit fort, deren einzelne Glieder kaum noch zählend bestimmbar erscheinen. Entsprechende Motive der ursprünglichen grundlegenden Einheit finden wir auch in den Weltentstehungsmythen der verschiedenen Völker.

Bei uns gehen sie ein in das aus Waldorfschulkreisen überlieferte Merklied zur Zahleneinführung. Es heißt dort in der ersten Strophe:

Eins ist Eins und war schon Eins und wird's auch immer bleiben.

Eine alle drei Zeiten umfassende Wahrheit, gerade, wenn sie zart ausgedrückt erscheint in einfacher Sprache, das ist etwas, was sich den Kindern als Bedeutsames einprägen wird Wir suchen nun die Eins an uns selber: jeder einzelne ist einer ganz für sich; er hat einen Kopf (das Bild der Eizelle – aber auch des Kosmos) und ein Herz. In der Natur finden wir die Eins an ebenso prägnanter Stelle: es gibt eine Sonne, einen Mond, eine Welt.

Gehen wir zur nächsten Zahl, zur geteilten Einheit, zur Zwei, so erleben die Kinder sie wiederum am eigenen Leib, der sich ausdifferenziert hat in seine Zweiseitigkeit mit zwei Augen, zwei Ohren, zwei Armen, zwei Beinen. Wir erleben diese Zahl zudem besonders bei der Aufgliederung einer zeitlichen Geschlossenheit in Tag und Nacht – was auch unser Lied aufgreift. Verbunden damit entdecken wir das Gegensatzpaar der Sonne, die uns das Tageslicht schenkt, und des Mondes, der mit seinem Schein in der Nacht den Himmel regiert. Viele andere Polaritäten kommen hinzu. Als zentrale Aufgabe für den Menschen erscheint schließlich, dass er sich immer wieder auf den Weg machen muss, zwischen zwei möglichen Einseitigkeiten (man kann zu schnell, aber auch zu langsam sein) die „goldene" Mitte zu finden.

Womit wir bei der Drei angekommen wären. „Drei für alle guten Dinge' heißt es im Lied, den Schülern ist diese Sichtweise vertraut durch die Geschenke der drei Könige ebenso wie durch die drei freundlichen Hirten im Krippenspiel. Auch an sich selbst finden sie die Drei: im Zusammenklang von Kopf, Herz und Hand zum ganzen Menschen. Dass hier die drei Seelentätigkeiten, Denken, Fühlen und Wollen, mit ihrer leiblichen Grundlage dahinterstehen, werden sie erst viel später erfahren.

So geht es nun fort: mit ihren vier Gliedmaßen (die auch uns Menschen zu eigen sind), stehen die Tiere fest auf der Erde, die sich ihrerseits ebenfalls ganz im Zeichen der Vier konstituiert (mit den vier Jahreszeiten, den vier Elementen, den vier Windrichtungen etwa) . Die Fünf ist wiederum die Zahl des Menschen (man denke an das Pentagramm in da Vincis bekannter Schemazeichnung), den Kindern von der Fingerzahl her vertraut, auffindbar aber ebenso im Pflanzenreich (bei den Rosengewächsen)

Ich habe unser Zahlenlied, das ursprünglich nur bis zu Sieben reichte, bis zur Zwölf weitergeführt – aus verschiedenen Gründen. Einmal sind die ersten zwölf Zahlen bereits vom Namen her besonders stark als Individualitäten erkennbar (erst ab der13 setzt die vom Dezimalsystem vorgegebene Wiederholung in der Benennung ein), zum anderen ist sie diejenige Zahl, die durch ihre vielen Teiler wie keine andere geeignet ist, Rechenoperationen anschaulich zu machen.

Wenn dieser stark auf bildhaftes Erzählen und das Gespräch zugeschnittene Unterrichts- abschnitt sich vollzieht, bemerken wir, dass die einzelnen Kinder mit deutlich unter schiedlicher Aufnahmekapazität am Geschehen teilnehmen können. Regelmäßig legen wir daher Cäsuren ein und befestigen das Gewonnene. Im Zeichnen lassen wir die Inhalte neu lebendig werden und gleichzeitig zur Ruhe kommen. Über unser Lied wird das Gelernte dem Gedächtnis erschlossen. Dabei hilft, dass der Aufbau nach jeder neuen Strophe alle bisherigen in rückwärtiger Reihenfolge wiederholt. Das festigt nicht nur das Erinnerungspotential hinsichtlich der einzelnen Zahlen, sondern lässt auch ihren Bezug zu Vorgänger und Nachfolger anklingen. Auf eben diesen sind wir aber ja in starkem Maße angewiesen, wenn es an die Rechenoperationen herangehen soll, die zwangsläufig zunächst immer mit einem Vorwärts- oder Rückwärtszählen verbunden sind.

Von Anfang an wird beides daher auch ganz ohne Schnörkel geübt, wobei wir eben auf die schon erwähnten natürlichen rhythmischen Kräfte der Kinder setzen können. Das erfolgt nun nicht allein über das Sprechen, sondern ebenso durch die begleitenden Bewegungen, die zudem den sprachlich Schwächeren einen eigenen Einstieg in das fachliche Geschehen bereiten und dabei noch manche schwere Zunge lösen helfen.

In der Individualisierung für den einzelnen können die Gewichte durchaus variabel gehandhabt werden. Ungebärdige Kinder gewinnen durch die Begegnung mit den Zahlen-„Helden" der erzählten Geschichten an Formkraft, anderen mit schwachen Sinnen hilft ein systematisch sich wiederholender Prozess. Rein abstrakte Inhalte haben noch keine Berechtigung und es sollte alles unterrichtliche Tun nicht nur in das Künstlerische „eingekleidet" werden, sondern insgesamt, auch in Richtung einer fächerübergreifenden Strukturbildung, als Komposition erscheinen. So wechseln im Hauptunterricht Phasen rhythmisch-motorischen Engagements mit solchen mehr betrachtenden und besinnlichen Charakters ab; die vier Jahreszeiten und die zwölf Monate werden den Kindern in sich ergänzenden Erscheinungsformen während der Sachkunde Epoche genauso begegnen wie im Rechenunterricht.

Der so ausgestalteten Veranlagung des Zahlbegriffs folgt in einer nächsten Epoche die Einführung in die Operationen. Die arabischen Ziffern halte ich dabei noch zurück. Während in der Waldorfschule gern auf die römischen Zahlen zur schriftlichen Dokumentation der ersten Rechenversuche zurückgegriffen wird, bleibe ich in der Darstellung eine Nuance dichter am realen Ausgangspunkt und verwende statt Strichen kleine ausgemalte Kreise, die die Kinder eher auf die ehemaligen Bälle, Nüsse, Erbsen (oder auch Schüler!) beziehen können, mit denen wir konkret umgegangen sind. Bei den Operationszeichen arbeite ich dagegen von Anfang an mit den auch später gebräuchlichen, wobei ich nur dem Gleichheitszeichen das Bild einer Waage gebe.

Die am breitesten angelegten Erfolge habe ich dabei erlebt, wenn wir „mit uns selbst" gerechnet, also etwa gesehen haben, dass fünf Mädchen sich aufgliedern können in drei und zwei Mädchen: OOOOO = OOO + OO Der Vorteil an solchen „Elementen mit Beinen" liegt darin, dass man für die Durchführung einer Operation selbst etwas tun muss (zum Beispiel nach rechts gehen, um damit auf der anderen Seite der Gleichung zu stehen) . Natürlich drehen wir die Aufgabenstellung dabei auch um und erleben, was daraus wird: OOO + OO =OOOOO.

Langsam führe ich das Rechnen mit konkreten äußeren Objekten dann in das Rechnen mit unseren Fingern über: diese haben wir schließlich immer bei uns. Unsere Fingerspiele aus der ersten Klasse haben für das neue Tun die Vorarbeit geleistet. Die Kinder erfahren nun buchstäblich hautnah, dass alles Addieren und Subtrahieren wie erwähnt lediglich aus einem Abzählen besteht. Erst wenn wir das Eins-und-eins gründlich auswendig gelernt haben, stehen uns die Ergebnisse so zur Verfügung, dass wir sie später in die schriftlichen Verfahren integrieren können. Alle diese Ergebnisse im Zahlenraum bis 20 werden daher notiert und memoriert.

Für diesen Zweck nehme ich nun die arabischen Ziffern hinzu, aber erst, wenn die Kinder alle Buchstaben zu schreiben gelernt haben — so kann es nicht zu Verwechselungen kommen. Die Zahlzeichen lassen sich ökonomisch entsprechend der Methode bei den Konsonanten über Bilder ein Das geschieht recht rasch, da die entsprechenden Bezüge den Kindern ja bereits vertraut sind. Als Beispiel sei die 5 genannt, die wir über das Bild des Apfels entdecken, in dessen Innern wir ja den Fünfstern des Kerngehäuses versteckt wissen.

Ein spannender Schritt wird getan, wenn es zur Bildung der 10 kommt. Voraus geht die Geschichte von der Königin der Zahlen (der 1), die ihren Untertanen neue Kleider schenkt (eben die arabischen Ziffern). Nun kommt die Null hinzu, unser altes Lied erhält eine neue Strophe: „Null für nichts und niemand“. Erst ist sie daher einfach – ein leerer Sack: die 0. Wo nichts darinnen ist, kann auch nichts mitgezählt werden! Aber wenn die 1 die 0 als Rucksack auf den Rücken nimmt und vielleicht ihren ganzen Reiseproviant hineingesteckt hat, dann ist etwas im Innern – und das zählt kräftig. So entsteht die 10 und auch bei den anderen gerade frisch eingekleideten Ziffern entsteht eine neue Mode: in Windeseile nehmen sie einander ebenfalls huckepack. Bald gibt es kein Halten mehr: mit einem Mal können wir alle Zahlen bis zur 99, die wir inzwischen längst zu zählen gelernt haben, bequem aufschreiben. Das Lesen fällt dann zunächst noch schwer, weil es im deutschen Sprachgebrauch ja verkehrt herum erfolgt (die Einer vor den Zehnern), aber diese Klippe bleibt bei den wenigsten von nachhaltiger Natur.

Kehren wir zurück zur Einführung von Multiplikation und Division, die zunächst auch ohne Hinzunahme der arabischen Ziffern geschieht. Ich nehme hier gern den Ausgangspunkt beide Zahl 12, die sich, wie schon angedeutet, durch die große Anzahl ihrer Teiler auszeichnet. Damit erweist sie sich als ausgesprochen vielseitige soziale Größe, im Nu haben wir alle Möglichkeiten erkundet, die 12 Stücke einer Torte in verschiedener Art zu verteilen und einigen uns anschließend einvernehmlich darauf, dass von 11 Kindern und 1 Lehrer jeder am besten 1 Stück bekommt. Die anderen Versionen, etwa 2 Stücke für nur 6 oder gar 4 für 3 ausgewählte Leute, haben wir zur Kenntnis genommen und notiert, aber im Praktischen aus Gerechtigkeitsgründen verworfen.

Es ist rein von der Handhabbarkeit her leicht zu verstehen, warum die 12 im Handel (Dutzend, Gros) teilweise bis heute eine so wichtige Rolle spielt. In der Begegnung von Produzenten und Verbrauchern erwächst immer die Gelegenheit, dass es zu einem brüderlichen Ausgleich im Wirtschaftsleben kommen kann. Wenn die 12 nun dabei hilft, dass „alles gut aufgeht“, gewinnt man sie richtig lieb und es verwundert kaum noch, dass sie auch in den Mythen und Märchen der Welt so bedeutsam auftritt.

Zum Abschluss der Unterstufenzeit (Klasse 1 bis 3) erüben wir das kleine Einmaleins. Das ist kein einfaches Werk, nicht nur, weil es gilt, gleich 100 Aufgaben auswendig zu lernen. Es ist auch schwer deshalb, weil unsere Schüler sich gerade hinsichtlich ihrer Rechenfertigkeit inzwischen sehr unterschiedlich darstellen: selbst von den Sprechfähigen können einige noch nicht fehlerfrei bis zur 10 zählen, andere lösen durch rasches Kopfrechnen bereits die meisten Aufgaben im Ergebniszahlenraum bis 30. Es ist keine Frage, dass hier partiell in Gruppen differenziert gearbeitet werden muss.

Dennoch finden wir aber auch unter diesen Umständen Möglichkeiten zum gemeinsamen Unterricht. Wir gehen vom einfachen Zählen aus und gelangen über einige Stufen zu den Einmaleins reihen. Indem wir – beispielsweise für das 1 x 2 – jede zweite Zahl zunächst lauter sprechen und mit einer spezifischen Bewegung begleiten (Händeklatschen), in einem nächsten Durchgang dann die nicht gemeinten Zwischenzahlen nur noch „denken“ (eine kleine Nebengeste bleibt dabei für sie erhalten), landen wir bei den Werten der Zweierreihe, die wir schließlich noch durch die vollständige Aufgabenstellung ergänzen: 1 x 2 = 2, 2 x 2 = 4 und so weiter. Genauso gehen wir sukzessive mit den anderen Reihen vor. Es zeigt sich, dass das Vorbild der intellektuell stärkeren Kinder den anderen hilft, mithalten zu können und auf der anderen Seite deren Einforderung von Wiederholungen und gemäßigtem Tempo auch den ersteren die Gelegenheit zu gewohnheitsmäßiger Vertiefung des mit dem Kopf bereits schnell Aufgenommenen (aber eben darum genau so leicht Vergessbaren) gibt.

Im Anschluss daran suchen wir einen Weg, unsere E zu überprüfen und vor allem in ein Bild zu rücken — auch, um einen visuellen Gedächtnisrückhalt zu gewinnen. Bei so vielen und so großen Zahlen, die nun auftauchen, sind Bälle oder Nüsse dafür allerdings nicht mehr geeignet, so greifen wir auf eine besondere zeichnerische Darstellung der Einmaleinsreihen in kreisförmiger Anordnung zurück, die die Kinder großformatig ausführen.

Indem nun die einzelnen kleinen Kreise entsprechend der jeweiligen Reihe, Block für Block farblich abgesetzt, ausgemalt werden, können wir sie nachzählen. Die 10. Stufe fällt aus der peripheren Anordnung heraus, wir schreiben sie unter die 1 und machen die früher kennen gelernte besondere Wirkung der angehängten 0 deutlich.

Daneben schreiben wir in die Hefte auf kariertem Papier die jeweilige Reihe in arabischen Ziffern.

1 x 4 = 4
2 x 4 = 8
3 x 4 = 12
4 x 4 = 16
5 x 4 = 20
6 x 4 = 24
7 x 4 = 28
8 x 4 = 32
9 x 4 = 36
10 x 4 = 40

In dieser Form erarbeiten wir uns die ersten fünf Reihen und gehen dann auf Entdeckung suche. Wir bemerken, dass die 5er-Reihe durch ihre wiederholten Sprünge im Dezimalsystem recht leicht zu erlernen ist und dass wir die 10er-Reihe eigentlich bereits kennen. Schließlich kommen wir darauf, dass bei den restlichen Reihen die Anfänge ebenfalls nicht neu sind: was 1 x 6 ergibt, wissen wir, da wir 6 x 1 schon bestimmt haben. So festigen wir nebenbei und unausgesprochen die Sicherheit in der Anwendung des Kommutativgesetzes. Damit verbleiben konkret nur noch 10 verschiedene unbekannte Produkte diese reduzierte Zahl kann Mut machen. Immerhin sind die verbleibenden Aufgaben ja die schwersten und es gereicht uns daher nicht zur Schande, wenn wir deren Lösung auf die Mittelstufe verschieben.

Nun wäre es allerdings unredlich, zu behaupten, am Schluss der dritten Klasse hätten alle Kinder die Grundrechnungsarten im Prinzip verstanden und würden weitgehend das Einmaleins beherrschen. Dazu ist wohl nicht einmal ein einzelner imstande - aber, um noch einmal das Sprichwort von der „Bildung" ins Spiel zu bringen: wenn unsere Schüler das, was sie denn lernen können, einmal vergessen haben werden, verfügen sie in einem tiefen Sinne über eine ihren vielleicht gescheiterten Altersgenossen gegenüber durchaus ebenbürtige Bildung. Und da hinein legen wir als Erzieher das Primat.

Das heißt nicht, dass wir es lediglich billigend in Kauf nehmen, wenn unser Unterricht kleine Rechenkünstler hervorbringt. Wir tun alles, um den Weg dahin zu bereiten, dass die Schüler auf diesem Feld im Leben bestehen können. Das wird jedoch nur gelingen, wenn Freude den Unterricht durchdringt. Bloßen Spaß muss Schule gar nicht immer machen, Phasen mühevollen 1 sind nötig und wertvoll. Aber wirkliche Freude ist unverzichtbar, und sie erwächst nicht nur aus dem Mitnehmen der Kinder zum Brötchenkaufen (auch das tun wir selbstverständlich – wenn denn unser auf Selbstversorgung ausgerichteter Tageslauf es real mit sich bringt, dass wir welche brauchen). Sie erwacht vor allem, wenn die Kinder auf die ihnen eben mögliche Art Anteil nehmen können an dem, was als Welt der Zahlen Kulturerbe der Menschheit ist. Die einen durchleben das passiv-aufnehmend, manche vielleicht peripher durch die Wahrnehmung der Stimmung in der Klasse, die dritten wiederum in aktiv-entdeckender Weise, gemeinsam gelangen die Kinder zu einem beflügelnden Staunen über die in den Zahlen lebende unsere Welt durchdringende Ordnungskraft. Dieses Erleben führt zu einem Welt-Vertrauen; wer das besitzt, in dem wird auch Selbst-Vertrauen heranreifen.

Klaus-Dieter Brahmst